

УДК 621.777.01: 53.072.22

Периг А. В.
Подлесный С. В.
Голоденко Н. Н.
Бойко И. И.
Ситник А. А.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ МАТЕРИАЛА ПРИ РАВНОКАНАЛЬНОМ УГЛОВОМ ПРЕССОВАНИИ ЧЕРЕЗ ШТАМП С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СКОСАМИ

В настоящее время процессы равноканального углового прессования (РКУП) материалов широко применяются в металлургии и машиностроении для интенсивного пластического деформирования металлов, сплавов, композитов, порошковых и полимерных полуфабрикатов [1–4]. РКУП аморфно-кристаллических и аморфных полимеров обеспечивает существенные структурные изменения исходного материала обрабатываемой заготовки, связанные с разрушением сферолитов и их трансформаций в пакеты кристаллических ламелей [2–4]. При деформировании труднообрабатываемых металлов и сплавов угловое прессование осуществляется при повышенных температурах, когда проявляются эффекты вязкости [5]. При РКУП преимущественно анализируется пластическое течение материалов через штампы трех типов: штампы простой геометрии Сегала (Segal), штампы с внешними закруглениями в зоне сопряжения пересекающихся каналов Ивахаши (Iwahashi) и равнорядусные штампы Луиса-Переза (Luis Pérez) [1–4]. В то же время отсутствует теоретический анализ задач РКУП через конфузорные штампы, частным случаем которых является РКУ-штамп с углом $2\theta = 90^\circ$ между входным и выходным каналами и переходным параллельным симметричным скосом на ширину канала в зоне очага деформирования (рис. 1). Математически штамп на рис. 1 представляет собой определенный частный случай геометрии Луиса-Переза при $r, R \rightarrow \infty$ и может обеспечивать возможность равноканального многоугольного прессования (РКМУП) за один проход деформирования.

Существенно, что протекание процесса РКУП через штамп с переходным параллельным симметричным скосом между входным и выходным каналами штампа (рис. 1) характеризуется как существенным влиянием реологии обрабатываемого полимерного материала на геометрические, кинематические и силовые характеристики течения, так и значительными неравномерностью и неоднородностью деформированного состояния заготовки. Технологически указанные факторы обуславливают как формирование застойных зон в местах сопряжения скоса с входным и выходным каналами штампа, так и образование значительного макроротора в объеме деформируемой заготовки, что приводит к уменьшению длин участков стационарного течения и, как результат, к снижению коэффициента использования материала и потере технологической эффективности процесса РКУП (рис. 1). Учитывая всё вышесказанное, следует отметить большую математическую сложность и принципиальную некорректность описания динамики течения полимеров при РКУП с использованием классических методов инженерной теории пластичности, таких как методы верхней оценки и полей линий скольжения. Отмеченные факты указывают на необходимость развития математических подходов, обеспечивающих корректное феноменологическое описание течения полимерных материалов при РКУП через штамп с параллельными скосами, что и определяет актуальность исследуемой проблемы.

Основные геометрические особенности течения полимерных материалов при РКУП можно проанализировать с использованием таких геометрических методов, как метод маркеров [6] либо метод исходных кольцевых сеток [7], причём для адекватного описания течения полимерных материалов представляется перспективным развитие математических подходов, связанных с решением краевых задач для уравнений Навье-Стокса [6–7]. При этом в известных

ранее публикациях [1–7] не изучены вопросы динамики формирования макроротора при РКУП аморфных вязких материалов в штампах с параллельными скосами. Также отметим, что разработанный в [6] алгоритм решения краевой задачи для уравнений Навье-Стокса, записанных через переменные компоненты скорости u , v и давление прессования P , не в полной мере учитывает влияние входного и выходного каналов штампа и требует значительного времени расчетов, поскольку численное решение строится для системы двух дифференциальных уравнений в частных производных. Все вышеизложенное позволяет сформулировать задачи настоящего исследования.

Целью работы является теоретическое и экспериментальное исследование динамики формирования макроротора в объеме экструдированной полимерной заготовки при её локальном течении в штампе с переходным параллельным симметричным скосом между входным и выходным каналами (рис. 1). Разрабатываемая математическая модель задачи должна обеспечить учет влияния входного и выходного каналов штампа для РКУП.

Для экспериментального исследования динамики локального течения заготовки при РКУП в рамках физического моделирования изготовлена модель разъемного штампа с параллельным скосом между входным и выходным каналами, причем ширина входного и выходного каналов штампа $a = 40$ мм (рис. 1, а, б). Эмпирический анализ динамики формирования макроротора в объеме экструдированной полимерной заготовки при её локальном течении в данном штампе основывается на использовании исходной кольцевой сетки (рис. 1, а, б). Измерению подвергаются главные логарифмические деформации и углы наклона главных осей, что дает возможность рассчитывать компоненты тензора деформаций в лабораторной прямоугольной декартовой системе координат (рис. 1, б).

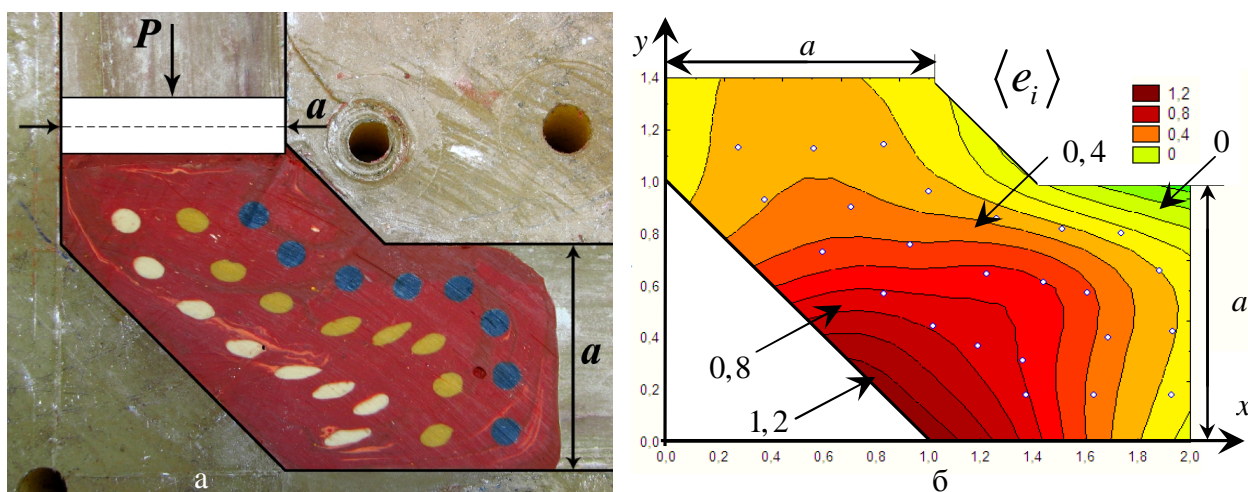


Рис. 1. Пластилиновая модель заготовки с исходной кольцевой сеткой при прессовании в штампе с $2\theta = 90^\circ$ и переходным параллельным симметричным скосом на ширину канала (а), а также соответствующая экспериментальная эпюра полей интенсивностей логарифмических деформаций (б)

На рис. 1, а показано как исходная сфера радиуса R превращается в эллипсоид с полуосями a_k ($k = 1, 2, 3$), причем в качестве главных деформаций принимаются логарифмические деформации $e_k = \ln(a_k/R)$, где $e_1 > e_2 > e_3$, а интенсивность логарифмических деформаций в плоской схеме определяется как $e_i = (\sqrt{2}/3) \sqrt{e_1^2 + e_3^2 - e_1 e_3}$; $e_2 = 0$ (рис. 1, б).

В рамках физического моделирования РКУП для течения пластилиновой модели (рис. 1, а, б) установлено, что максимальное давление прессования $P_{\max} = 506$ кПа (рис. 1, в) при средней скорости прессования $\langle V \rangle = 0,27$ мм/с. Взаимное расположение одноцветных маркеров на рис. 1, а показывает формирование зоны интенсивной макроскопической ротации материала в выходном канале штампа.

Проанализируем динамику РКУП посредством анализа локального вязкого течения аморфного материала в угловом штампе на рис. 1, а, рис. 2, а, б. В качестве вязкого приближения к анализу течения материала при РКУП (рис. 2, б) воспользуемся уравнениями Навье-Стокса (уравнениями импульса) в размерных величинах [5]–[9]:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = -\frac{1}{\bar{r}} \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} + \frac{\bar{h}}{\bar{r}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right), \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = -\frac{1}{\bar{r}} \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{h}}{\bar{r}} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right), \quad (1б)$$

и уравнением неразрывности:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0, \quad (2)$$

где чертой сверху обозначены размерные величины: \bar{x} , \bar{y} – координаты; \bar{t} – время; \bar{u} и \bar{v} – размерные составляющие скорости вдоль осей x и y соответственно; \bar{r} и \bar{h} – плотность и вязкость обрабатываемого материала; \bar{P} – давление прессования.

В то же время следует отметить, что прямое конечноразностное решение системы уравнений (1a)–(1б) требует длительного времени расчёта и не в полной мере учитывает влияние входного и выходного каналов штампа для РКУП (рис. 1, а, рис. 2, а, б). Поэтому удобно перейти к анализу уравнения переноса вихря и тем самым перейти к решению одного уравнения вместо системы дифференциальных уравнений в частных производных (1a)–(1б).

Для решения задачи введем следующие безразмерные величины: $x = \bar{x}/\bar{a}$, $y = \bar{y}/\bar{a}$ – безразмерные координаты, где характерный размер \bar{a} – ширина канала; $u = \bar{u}/\bar{U}_0$, $v = \bar{v}/\bar{U}_0$ – безразмерные составляющие скорости вдоль осей x и y , где \bar{U}_0 – скорость материала во входном канале штампа; $P = \bar{P}/(\bar{r}\bar{U}_0^2)$ – безразмерное давление; $Re = \bar{U}_0 \bar{a} \bar{r}/\bar{h}$ – число Рейнольдса; $t = \bar{t} \bar{h}/(\bar{r}\bar{a}^2)$ – безразмерное время; $x = Re \cdot ut$, $y = Re \cdot vt$ – безразмерные координаты. Следуя методикам работ [7]–[10], получаем уравнение переноса вихря:

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{t}} = -\frac{\partial(\bar{u}\bar{z})}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial(\bar{v}\bar{z})}{\partial \bar{y}} + \frac{\bar{h}}{\bar{r}} \left(\frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial \bar{y}^2} \right). \quad (3)$$

При переходе к безразмерным переменным безразмерный вихрь определяется как $z = \bar{z} \bar{a}/\bar{U}_0$, а безразмерная функция тока как $y = \bar{y}/(\bar{U}_0 \bar{a})$ (рис. 2, в).

Тогда уравнение переноса вихря (3) примет вид:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -Re \left[\frac{\partial(uz)}{\partial x} - \frac{\partial(vz)}{\partial y} \right] + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}. \quad (4)$$

Для численного решения задачи соотношение (4) записывается в конечных разностях по методу чередующихся направлений. Программная реализация данного алгоритма осуществлена в IDE Lazarus, причем процесс расчёта осуществляется достаточно быстро, поскольку в данном случае вместо системы (1a)–(1б) решается лишь одно уравнение (4).

Решим краевую задачу для уравнения переноса вихря (4) в случае вязкого течения аморфного материала через штамп с параллельными скосами (рис. 2).

Сформулируем начальные условия для уравнения (4). Во всей области штампа (рис. 2, а, б) функция вихря $z = 1$. Во входном канале штампа, т. е. в области (*acDCBA*) имеем $u = 1$; $v = 0$, а в выходном канале штампа, т. е. в области (*fdCDEF*) имеем $u = 0$; $v = 1$.

Граничные условия для рассматриваемой задачи сформулируем из тех соображений, что во внешней области на рис. 2, а, б ниже и правее от внешней стенки штампа (*ACDF*) принимаем $y = 0$; $z = 0$; $u = 0$; $v = 0$; $P = 0$, а во внутренней области на рис. 2, а, б выше и левее

от внутренней стенки штампа ($acdf$), вокруг которой закручиваются линии тока, считаем, что $\psi = 1$; $\zeta = 1$; $u = 0$; $v = 0$; $P = 0$. Здесь единица принимается потому, что величины функции тока ψ и вихря ζ являются безразмерными (рис. 2, а, б).

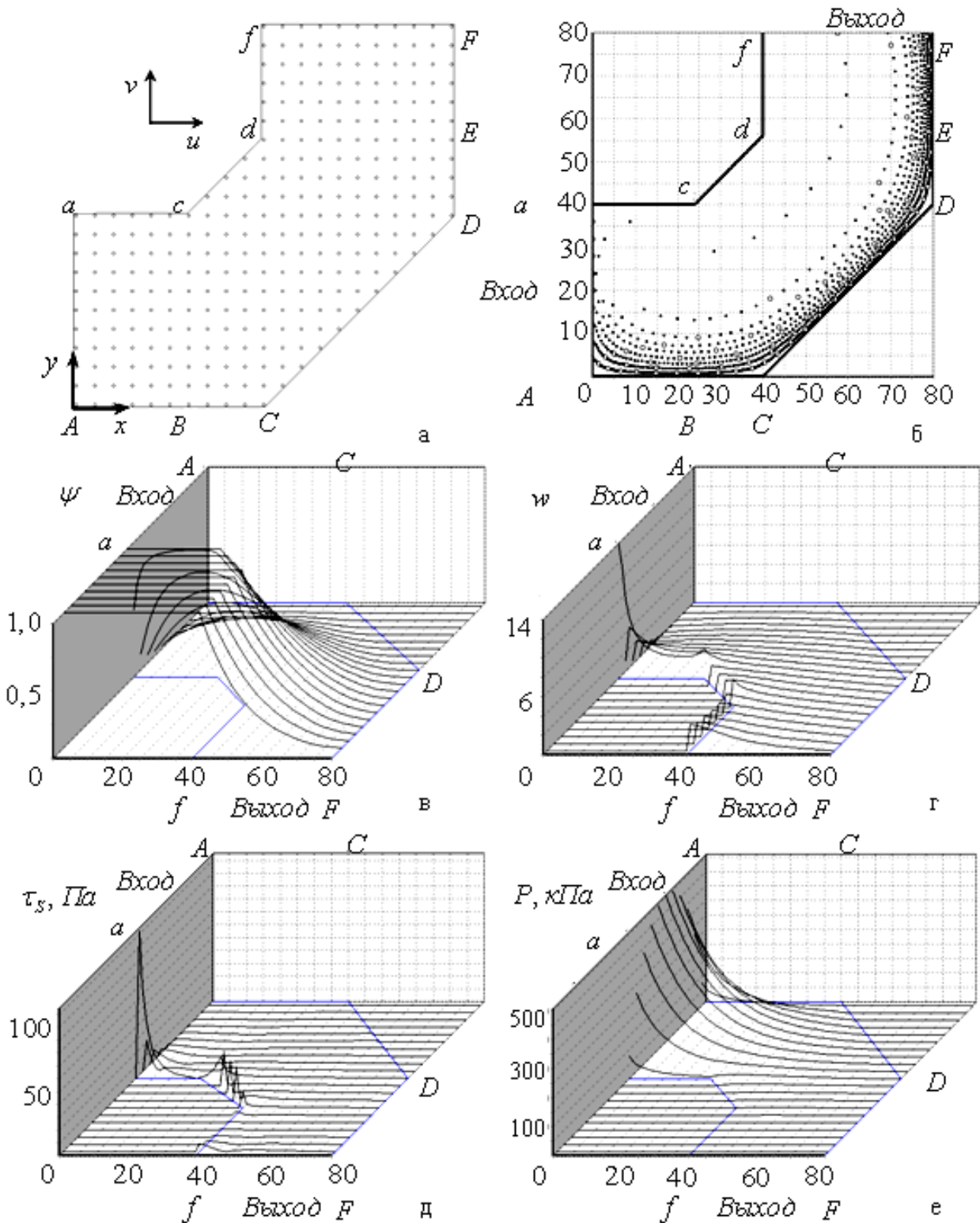


Рис. 2. Расчетная схема прямоугольного штампа с параллельными скосами (cd) и (CD) на ширину канала (а), расчетные линии тока (б), а также пространственные эпюры для полей функции тока ψ (в), полной скорости потока w (г), касательных напряжений τ_s (д) и поле давления P (е) при РКУП вязкого аморфного материала, где вход (aA) – слева (а–е), а выход (fF) – вверх (а, б) и к нам (в–е)

В то же время непосредственно для стенок штампа (рис. 2, а, б) граничные условия имеют следующий вид:

для узлов на горизонтальной внутренней стенке (*ac*):

$$z_{i,j} = 2(y_{i,j-1} - y_{i,j}) / (x^2); \quad (5a)$$

для узлов на наклонной внутренней стенке (*cd*):

$$z_{i,j} = 2(y_{i+1,j} + y_{i,j-1} - 2y_{i,j}) / (x^2); \quad (5б)$$

для узлов на вертикальной внутренней стенке (*df*):

$$z_{i,j} = 2(y_{i+1,j} - y_{i,j}) / (x^2); \quad (5в)$$

в узле (*c*) – в левой вершине внутреннего тупого угла:

$$z_{i,j} = 2y_{i,j-1} / (x^2); \quad (5г)$$

в узле (*d*) – в правой вершине внутреннего тупого угла:

$$z_{i,j} = 2y_{i+1,j-1} / (x^2); \quad (5д)$$

для узлов на горизонтальной внешней стенке (*AC*):

$$z_{i,j} = 2(y_{i,j+1} - y_{i,j}) / (x^2); \quad (5е)$$

для узлов на наклонной внешней стенке (*CD*):

$$z_{i,j} = 2(y_{i-1,j} + y_{i,j+1} - 2y_{i,j}) / (x^2); \quad (5ж)$$

для узлов на вертикальной внешней стенке (*DF*):

$$z_{i,j} = 2(y_{i-1,j} - y_{i,j}) / (x^2); \quad (5з)$$

для узлов на входной поверхности (*aA*) в очаг деформирования:

$$u_{i,j} = 1; v_{i,j} = 0; y_{i,j} = y_{i+1,j}; \quad (5и)$$

для узлов на выходной поверхности (*fF*) из очага деформирования:

$$u_{i,j} = 0; z_{i,j} = z_{i,j-1}; y_{i,j} = 2y_{i,j-1} - y_{i,j-2}, \quad (5к)$$

где x – шаг сетки.

Очевидно, что граничные условия вниз по течению вязкого потока следует брать на наиболее удаленной границе разностной сетки. Фактически наклонный участок (*cd*) создает вклад, подобный тому, какой бы создавало внешнее закругление.

Граничные условия на входе (*aA*) в очаг деформации (рис. 2, а, б) задаем на основании формулы Пуазейля, откуда для расхода вязкого материала $\bar{Q} = \bar{v}p\bar{a}^2 / 4 = p\bar{a}^4 \Delta\bar{p} / (128\bar{V}\bar{h})$ имеем перепад размерного давления на шаге координаты $\Delta\bar{p} = 32\bar{h}\bar{v}\bar{V} / \bar{a}^2$, где \bar{V} – шаг координаты. Т. о. перепад безразмерного давления на шаге координаты определяется как:

$$\Delta p = 32\bar{h}\bar{v}\bar{V} / (\bar{a}^2 \bar{r}\bar{U}_0^2). \quad (6)$$

Следовательно, граничные условия на входе (*aA*) в очаг деформации имеют вид:

$$y_{i,-1} = -i / m; P_{i,-1} = P_{i,0} + 32\bar{h}\bar{v}\bar{V} / (\bar{a}^2 \bar{r}\bar{U}_0^2). \quad (7)$$

Граничные условия на выходе (*fF*) (рис. 2, а, б) определяются как:

$$y_{m+1,j} = y_{m,j}, P_{m+1,j} = 0. \quad (8)$$

Функцию тока u и давление P определяем итерационным методом Ричардсона, а вязкость материала находим методом последовательных приближений по экспериментально измеренным значениям средних давления и скорости прессования вязкого аморфного материала на входе (*aA*) в очаг деформации.

Здесь сила трения между скользящими слоями вязкой среды F и касательные напряжения t_s (рис. 2, д) пропорциональны градиенту скорости и определяются как:

$$F = hS |dw/dz|; t_s = F/S = h(dw/dz), \quad (9)$$

где модуль градиента вектора скорости может быть рассчитан согласно соотношению:

$$dw/dz = \sqrt{((du/dx) \sin a)^2 + ((dv/dy) \cos a)^2}; a = \arctg(v/u). \quad (10)$$

Численно решим уравнение (4) с поставленными начальными и граничными (5а)–(5к), (6)–(8) условиями методом конечных разностей для следующих значений входящих величин: ширина каждого канала $a = 40$ мм, плотность пластилина $\rho = 1850$ кг/м³, предел текучести $\sigma_s = 217$ кПа [11], удельная теплоемкость пластилина $c = 1,004$ кДж/(кг·К) [12], удельная теплопроводность $\lambda = 0,7$ Дж/(м·с·К) [12], скорость прессования $U_0 = 0,27$ мм/с, вязкость текущего материала $\eta = 135$ Па·с, число Рейнольдса $Re = 1,48 \cdot 10^{-4}$, число шагов координаты $n = 80$, момент времени для построения первой изохроны $t_l = 30$ с, входное давление прессования $P = 506$ кПа и относительная погрешность итераций составляет $\varepsilon = 0,001$. Результаты численного интегрирования представлены на соответствующих эпюрах на рис. 2.

Существование больших градиентов скоростей (рис. 2, г) и касательных напряжений (рис. 2, д) может обуславливать формирование наблюдаемой зоны макроскопической ротации в области очага деформирования при РКУП (рис. 1, а), что хорошо согласуется с экспериментальными результатами, проведенными в рамках физического моделирования.

Предложенная расчётная методика, связанная с математическим анализом динамики формирования макроротора при первом проходе РКУП вязкого аморфного материала в штампе с параллельными скосами на ширину канала найдёт дальнейшее использование для моделирования многопроходного РКУП по маршруту С через конфузорные штампы.

ВЫВОДЫ

Предложенный гидродинамический подход к динамике вязкого течения аморфного материала при равноканальном угловом прессовании через штамп с параллельными скосами позволяет существенно расширить феноменологические представления о механике процесса интенсивного деформирования полимерных материалов, а также дать количественную оценку наблюдаемой макроскопической ротации материала на основании геометрической аналогии между величиной макроротора и величинами градиентов скоростей и касательных напряжений в потоке вязкого деформированного материала. Так, на рис. 2, г, д в зоне очага деформирования (в окрестности линии cd , рис. 2) можно видеть пики полной скорости вязкого потока (рис. 2, г) и касательных напряжений (рис. 2, д), которые характеризуют значительную неоднородность деформаций в объеме обрабатываемого материала, что может вызвать растрескивание заготовки в данной зоне.

Существование больших градиентов скоростей (рис. 2, г) и касательных напряжений (рис. 2, д) обуславливает относительное вращательное движение для ламелей обрабатываемого полимерного материала и тем самым формирует зоны макроскопической ротации в очаге пластического деформирования при РКУП (рис. 1, а).

Теоретически и экспериментально показана возможность исследования процесса РКУП вязких сплошных сред посредством численного решения уравнений Навье-Стокса, что позволяет выполнить корректную оценку основных энергосиловых параметров процесса, а также существенно ускорить и удешевить процесс проектирования технологической оснастки для реализации интенсивного деформирования по сравнению с натурным физическим моделированием. Все разнообразие вязких течений обрабатываемых аморфных материалов при угловом прессовании описывается решениями одних и тех же дифференциальных уравнений в частных производных, уравнений Навье-Стокса, причем разные течения (т. е. решения) отличаются только граничными и начальными условиями, а также такими параметрами решения как число Рейнольдса Re . Подобие результатов компьютерного (рис. 2) и физического моделирования с использованием пластилина (рис. 1), позволяет полагать, что

разработанная методика найдет дальнейшее применение для анализа течения полимеров при РКУП в штампах со сложной геометрией, а также для моделирования многопроходного РКУП по маршруту деформирования С.

Решение уравнения переноса вихря для вязкого течения материала при РКУП через штамп с параллельными скосами неявно учитывает наличие контактного трения вязкого аморфного материала со стенками штампа, причём граничные условия задачи содержат условие полного прилипания материала к стенкам, что соответствует максимальному значению фактора трения $m = 0,5$ в законе трения Зибеля.

Предложен и практически реализован быстрый алгоритм решения уравнения переноса вихря ζ , который корректно учитывает влияние входного и выходного каналов углового штампа в задаче РКУП вязкого материала. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Моделирование равноканального углового прессования пористых заготовок / Майданюк А. П., Штерн М. Б., Багнюк Г. А., Рябичева Л. А. // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні : темат. зб. наук. пр. – Краматорськ : ДДМА, 2008. – С. 31–36.
2. Белошенко В. А. Твердофазная экструзия полимеров / В. А. Белошенко, Я. Е. Бейгельзимер, В. Н. Варюхин; НАН Украины, ДонФТИ им А. А. Галкина. – К. : Наукова думка, 2008. – 207 с.
3. Aour B. Experimental and numerical study of ECAE deformation of polyolefins / B. Aour, F. Zaïri, R. Boulahia, M. Nait-Abdelaziz, J. M. Gloaguen, J. M. Lefebvre // Computational Materials Science. Proceedings of the 17th International Workshop on Computational Mechanics of Materials - IWCMM-17. – 2009. – Vol. 45. – № 3. – P. 646–652.
4. Ghorbel E. A viscoplastic constitutive model for polymeric materials / E. Ghorbel // International Journal of Plasticity. – 2008. – Vol. 24. – №. 11. – P. 2032–2058.
5. Gerbeau J.-F. Mathematical Methods for the Magnetohydrodynamics of Liquid Metals / J.-F. Gerbeau, C. Le. Bris, T. Lelièvre. – Oxford University Press, USA, 2006. – 324 pp.
6. Периг А. В. Компьютерное моделирование течения материалов при равноканальном угловом прессовании : анализ движения вязкой среды и экспериментальная верификация методом маркеров / А. В. Периг, А. М. Лаптев, Н. Н. Голоденко, А. Ю. Лошманов, М. Г. Литвинов // Обработка материалов давлением : темат. сб. науч. тр. – Краматорск : ДГМА. – 2009. – № 1 (20). – С. 57–62.
7. Perig A. V. = Периг А. В. Equal Channel Angular Extrusion of Soft Solids / A. V. Perig, A. M. Laptev, N. N. Golodenko, Yu. A. Erfort, E. A. Bondarenko // Materials Science and Engineering: A. – 2010. – Vol. 527. – № 16–17, 25 June 2010. – P. 3769–3776.
8. Роуч П. Дж. Вычислительная гидродинамика / П. Дж. Роуч; пер. с англ. В. А. Гущина, В. Я. Митницкого; под ред. П. И. Чушкина. – М. : Мир, 1980. – 616 с. : ил. – Библиогр. : С. 537–598.
9. Безуглый В. Ю. Численные методы теории конвективного теплообмена / В. Ю. Безуглый. – Киев–Донецк : Вища школа, 1984. – 176 с.
10. Davidson P. A. Turbulence. An introduction for scientists and engineers / P. A. Davidson. – Oxford : Oxford university press, 2004. – 657 Pg.
11. Sofuoglu H. Flow behavior of Plasticine used in physical modeling of metal forming processes / H. Sofuoglu, J. Rasty // Tribology International. – 2000. – Vol. 33, № 8. – P. 523–529.
12. Chijiwa K. Characteristics of Plasticine Used in the Simulation of Slab in Rolling and Continuous Casting / K. Chijiwa, Y. Hatamura, N. Hasegawa // Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan. – 1981. – Vol. 21, № 8. – P. 178–186.

Периг А. В. – канд. техн. наук, ассистент ДГМА;

Подлесный С. В. – канд. техн. наук, доц. ДГМА;

Голоденко Н. Н. – канд. физ.-мат. наук, доц. ДонНАСА;

Бойко И. И. – студент ДГМА;

Ситник А. А. – студент ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск;

ДонНАСА – Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка.

E-mail: olexander.perig@gmail.com